Travaux dirigés 6 :

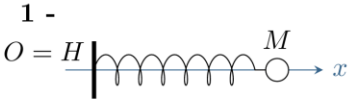
Exercice 1 : Bilan des forces sur des ressorts

Dans chacun des cas, exprimer la force exercée par le ressort sur le solide fixé en M en fonction de la raideur k et de la longueur naturelle ℓ_0 du ressort, de la position x ou z du point M, de la position x_H ou z_H du point H où le ressort est fixé à un bâti, et du vecteur unitaire $\vec{u}_x$ ou $\vec{u}_z$.

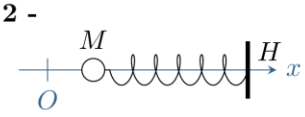
Les positions sont repérées à partir du point O.

Dans le dernier cas, exprimer les forces exercées par les deux ressorts sur chacun des points M_1 et M_2, d'abscisses x_1 et x_2. Les deux ressorts sont supposés différents, de caractéristiques k,ℓ_0 et k',ℓ'_0.

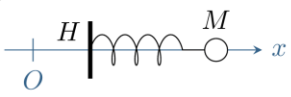
1 -



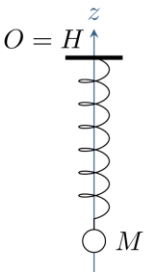
2 -



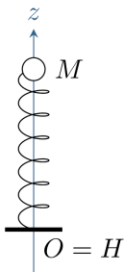
3 -



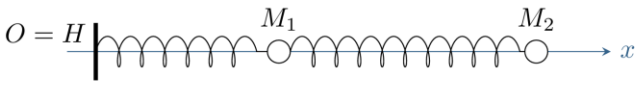
4 -



5 -

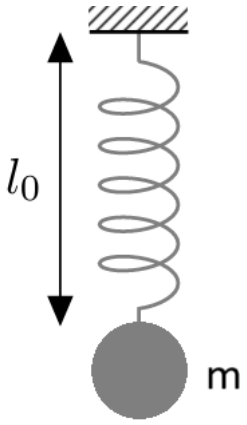


6 -



Exercice 2 : Ressort vertical

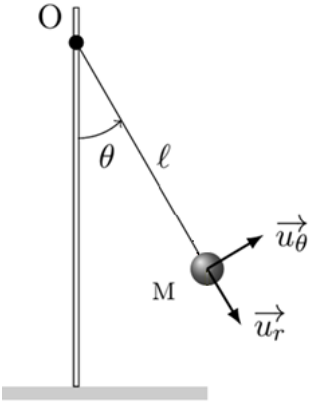
Une balle de masse m est suspendue à un ressort vertical de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. La masse est tenue vers le bas avant d'être lâchée. Au moment où l'utilisateur lâche la masse, le ressort à une longueur égale à $L = 3/2\ l_0$. La vitesse initiale est nulle et les frottements ne sont pas considérés.



1. Ajouter les forces qui s'exercent sur la masse sur le schéma.
2. Utiliser la seconde loi de Newton trouver la position d'équilibre.
3. Utiliser la seconde loi de Newton afin d'obtenir l'équation de l'accélération.
4. Projeter l'expression sur l'axe pertinent du problème.
5. Ecrire l'équation différentielle obtenue sous sa forme canonique.
6. Résoudre l'équation différentielle.

Travaux dirigés 7 :

Exercice 1 : Pendule simple



Une balle de masse M est suspendue à un fil inextensible de longueur l. Au départ, le fil fait un angle θ_0 avec la verticale et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la masse est nulle.

1. Ajouter les forces qui s'exercent sur la masse sur le schéma.
2. Utiliser la seconde loi de Newton afin d'obtenir l'équation de l'accélération.
3. Projeter l'expression sur les axes proposés
4. Ecrire l'équation différentielle obtenue sous sa forme canonique.

Pour cela on rappelle que dans le cas général, l'accélération en coordonnées polaires s'écrit :

$$\overrightarrow{a(t)} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta}$$

5. Résoudre l'équation différentielle en utilisant les conditions initiales.

Exercice 2 : Mode de vibration d'une molécule de HCl

La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCl est mesurée par spectroscopie comme valant f = 8,5.10^{13} Hz. On aborde dans cet exercice un premier modèle simple de la molécule, décrite comme un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe. L'interaction entre les deux atomes est modélisée par un ressort de raideur k.

Données : M_H = 1,0g.mol^{-1} ; M_{Cl} = 35,5g.mol^{-1} ; Nombre d'Avogadro N_A = 6,0.10^{23} mol^{-1}

1. Pourquoi est-il raisonnable de supposer l'atome de chlore fixe ?

On admet que l'énergie totale de la molécule E_{totale} est égale à $\frac{hf}{2}$ où h = 6,62 · 10^{-34} J.s est la constante de Planck et f la fréquence de vibration en Hertz. La fréquence est reliée à la pulsation propre par la relation :

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

2. Calculer sa constante de raideur k.
3. A quel moment l'énergie cinétique de la molécule est-elle maximale ?
4. En écrivant une relation entre E_{totale} et l'énergie cinétique à un moment précis, calculer la vitesse maximale de l'atome d'hydrogène.
5. A quel moment l'énergie potentielle élastique de la molécule est-elle maximale ?
6. En écrivant une relation entre E_{totale} et l'énergie potentielle élastique à un moment précis, calculer l'amplitude de son mouvement. La taille de la liaison H-Cl est de 127pm. Comparer l'amplitude du mouvement à cette valeur.